

Esame di GEOMETRIA - febbraio 2023

Scrivere le risposte nelle apposite parentesi quadrate. Giustificare in modo chiaro e sintetico ogni risposta. Non verranno valutate le risposte prive di giustificazione.

1) Calcolare modulo e argomento del seguente numero complesso: $z_0 = \frac{8(1-i)^{10}}{(1+i)^{11}}$
 []

2) Trovare equazioni per UNA retta passante per il punto $(1, 0, 2)$ e ortogonale alla retta $x-1 = x+2y+z = 0$.
 []

3) Stabilire se le rette $x-2 = x+2y+z = 0$ e $x = y = z$ sono sghembe.
 []

4) Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la trasformazione lineare tale che $f(1, 1, 0) = (0, 0)$, $f(2, 1, 0) = (1, 2)$, $f(0, 0, 2) = (3, 2)$, Determinare la matrice associata a f mediante le basi canoniche.
 []

Sia data la matrice $A = \begin{bmatrix} \lambda & 1 & 0 \\ 1 & 3 & \lambda \\ \lambda & \lambda & 0 \end{bmatrix}$.

5) Determinare quante soluzioni ha il seguente sistema lineare al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda + 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

6) Per $\lambda = 0$ la matrice A e' diagonalizzabile ? Se lo è, determinare una matrice diagonale simile ad A .
 []

7) Per $\lambda = 2$ la matrice A e' invertibile ? Se lo è, determinare la matrice A^{-1} .
 []

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo associato alla matrice A mediante le basi canoniche.

8) Per $\lambda = 0$, determinare equazioni per $\text{Ker } f$.
 []

9) Se esistono, determinare i valori di λ per i quali f e' un isomorfismo..
 []

10) Sia g un endomorfismo di uno spazio vettoriale V su \mathbb{R} . Dare la definizione di autovalore di g .
 []